
НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 531.4:536.241

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ СИЛ ТРЕНИЯ В САМОСМАЗЫВАЮЩИХСЯ ПОДШИПНИКАХ СКОЛЬЖЕНИЯ ПО ТЕМПЕРАТУРНЫМ ДАННЫМ

© 2025 г. Р. С. Тихонов

Якутский научный центр СО РАН, Якутск, Республика Саха, Россия
e-mail: roman_tikhon@mail.ru

Поступила в редакцию 07.04.2024 г.

После доработки 28.01.2025 г.

Принята к публикации 20.02.2025 г.

В статье рассматривается возможность определения моментов трения в системе самосмазывающихся подшипников скольжения по температурным данным с учетом скорости вращения вала. Обратная задача определения по замерам температур в каждом подшипнике временных функций фрикционного теплообразования, коррелирующих с моментом трения, решается методом итерационной регуляризации. Приводятся результаты сопоставления расчетного и измеренного индуктивным датчиком суммарного момента трения.

Ключевые слова: полимерная втулка, обойма, вращающийся вал, уравнение теплопроводности, фрикционное теплообразование, момент трения, тепловая диагностика трения

DOI: 10.31857/S0235711925030045, **EDN:** GMKSWT

Параметром, характеризующим потери механической энергии на трение в цилиндрических сопряжениях, является момент силы трения. Существует множество устройств измерения момента трения в цилиндрических подвижных сопряжениях [1, 2]. Практически все они основаны на размещении упругого измерительного элемента на подвижный вал, что не позволяет получать одну из важных характеристик узлов трения машин и механизмов в эксплуатационных условиях и при проведении стендовых испытаний.

Представляется перспективным определение моментов трения по температурным данным, учитывая тот факт, что большая часть энергии на трение трансформируется в теплоту. Об этом свидетельствуют множество исследований соотношения между работой трения и выделившейся теплотой [3–5].

Часть механической энергии, которая трансформируется и накапливается в виде энергии деформации, дислокаций, дефектов, расходуется на протекание трибохимических реакций, триболюминесценцию, механические колебания, звук и т. д. мала по сравнению с полной энергией трения. Этот факт позволяет по фрикционному теплообразованию с достаточно высокой точностью определить затраты на трение, в частности момент трения.

С точки зрения причинно-следственных связей задача определения теплообразования по температурным данным представляет обратную задачу. Прямая задача состоит в определении следствия (температуры) по причинной характеристике

(теплообразованию). В обратной задаче по следственному показателю определяется причинная характеристика. Сложность расчетного определения функции фрикционного теплообразования по температурным данным заключается в классической некорректности задачи, т. е. неустойчивости решения к малым погрешностям в температурных данных. Подобные некорректные задачи решаются методом регуляризации [6].

Задача определения временной зависимости фрикционного теплообразования по температурной информации решалась при скоростях вращения вала более 5 рад/с в работах [7, 8]. При таких скоростях справедливо однородное распределение температуры по окружности вала, что позволяет при решении обратной задачи использовать квазитрехмерную модель теплового процесса. Определение момента трения по температурным данным названо методом тепловой диагностики трения [9].

При скорости вращения вала, не превышающей 5 рад/с, вследствие неоднородности температуры по окружности вал не может быть представлен одномерным элементом. При описании температурного поля в подшипнике скольжения необходимо учитывать пространственное распределение теплоты и движение вала. Актуальной задачей является учет вращения вала при определении моментов трения, в самосмазывающихся подшипниках скольжения при невысоких угловых скоростях. Наша статья посвящена развитию метода тепловой диагностики трения.

Прямая задача. Рассмотрим N самосмазывающихся подшипников скольжения из полимерных композиционных материалов, на которые опирается вращающийся стальной вал. Втулки жестко соединены со стальными корпусами подшипников (рис. 1).

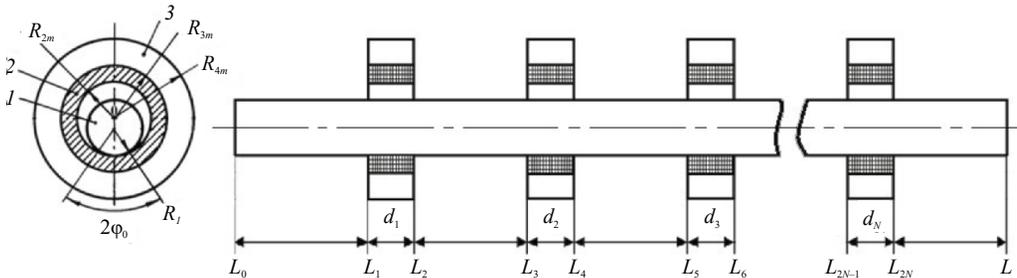


Рис. 1. Схема опор скольжения на общем валу l с полимерными вкладышами 2 и корпусами 3 .

Для упрощения математической модели теплового процесса в системе примем допущение о незначительной теплоотдаче с торцов подшипников и корпусов, что позволяет считать распределение температуры по их длине однородными. Тогда температурные поля в подшипниках скольжения можно принять двумерными и описать следующими уравнениями:

$$C_{im}(T_m) \frac{\partial T_m}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_{im}(T_m) \frac{\partial T_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda_{im}(T_m) \frac{\partial T_m}{\partial \varphi} \right), \quad (1)$$

$$R_{2m} < r < R_{4m}, \quad -\pi < \varphi < \pi, \quad 0 < t \leq t_k, \quad m = 1, 2, \dots, N, \quad i = 2, 3,$$

где $i = 2$ – для втулки, $i = 3$ – для корпуса, C_{im} , T_m , λ_{im} – объемная теплоемкость, температура и коэффициент теплопроводности подшипника скольжения m .

Для описания изменения во времени поля температур в системе подшипников двумерные уравнения объединим с трехмерным уравнением теплопроводности для вала, получим

$$\begin{aligned}
C_1(U) \frac{\partial U}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_1(U) \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda_1(U) \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) + \\
&+ \Omega C_1(U) \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_1(U) \frac{\partial U}{\partial z} \right); \quad (2) \\
0 < r < R_1, \quad -\pi < \varphi < \pi, \quad 0 < z < L, \quad 0 < t \leq t_k
\end{aligned}$$

с условием распределения суммарных тепловых потоков, идущих в каждый элемент системы [10]:

$$\frac{\lambda_1(U)}{d_m} \int_{L_{2m-1}}^{L_{2m}} \frac{\partial U(r, \varphi, z, t)}{\partial r} dz \Big|_{r=R_1} - \lambda_2(T_m) \frac{\partial T_m(r, \varphi, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_{2m}} = Q_m(\varphi, t), \quad |\varphi| \leq \varphi_0; \quad (3)$$

$$\frac{1}{d_m} \int_{L_{2m-1}}^{L_{2m}} U(R_1, \varphi, z, t) dz = T_m(R_{2m}, \varphi, t). \quad (4)$$

Здесь U , C_1 , λ_1 – температура и теплофизические характеристики материала вала; r , φ , z – цилиндрические координаты; Q_m – суммарный тепловой поток в зоне трения подшипника m .

В уравнении (2) движение вала учитывается конвективным членом с множителем Ω , характеризующим угловую скорость вращения.

Будем считать, что на свободных поверхностях элементов трибосистемы происходит теплообмен с окружающим воздухом по закону Ньютона–Рихмана. Для исключения моделирования теплового режима удаленной от трущихся пар части вала при $z = 0$ зададим значение температуры

$$U(r, \varphi, 0, t) = T_1(t). \quad (5)$$

Условие ограниченности решения в центре вала заменим требованием

$$\frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0. \quad (6)$$

Для однозначного определения температур по угловой координате зададим условие сопряжения в точке $\varphi = \pi$

$$\frac{\partial T_m(r, \varphi, t)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=-\pi} = \frac{\partial T_m(r, \varphi, t)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=\pi}, \quad T_m(r, -\pi, t) = T_m(r, \pi, t), \quad (7)$$

$$\frac{\partial U(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=-\pi} = \frac{\partial U(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=\pi}, \quad U(r, -\pi, z, t) = U(r, \pi, z, t). \quad (8)$$

В начальный момент времени $t = 0$ температурное поле в системе подшипников примем однородным и постоянным

$$T_m(r, \varphi, 0) = U(r, \varphi, z, 0) = T_0. \quad (9)$$

Прямая задача состоит в определении поля температур в системе подшипников решением уравнений (1)–(2), с начальными и граничными условиями при известных функциях суммарных тепловых потоков $Q_m(\varphi, t)$, $m = 1, 2, \dots, N$.

Обратная задача. Определение суммарных тепловых потоков $Q_m(\varphi, t)$, $m = 1, 2, \dots, N$ из системы уравнений (1)–(9) при известной дополнительной температурной информации $T_m(R_f, \varphi, t) = f_m(\varphi, t)$ в окрестности зоны трения представляет обратную задачу. При решении некорректных обратных задач наряду с методом регуляризации успешно применяются итерационные методы, в частности метод итерационной регуляризации [11, 12].

Задачи восстановления методом итерационной регуляризации функции суммарного теплового потока в парах трения простой формы в линейной постановке рассматривались в работах [13–15]. В этих работах исследования проводились на модельных задачах и не затрагивались вопросы практического восстановления функций теплообразования в реальных узлах трения.

Для применения метода итерационной регуляризации рассмотрим вариационную постановку. Требуется определить минимум функционала

$$J[Q_1(\varphi, t), \dots, Q_N(\varphi, t)] = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \int_0^{t_k} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} [T_m(R_f, \varphi, t) - f_m(\varphi, t)]^2 d\varphi dt, \quad (10)$$

характеризующего меру отклонения расчетных и измеренных температур.

Для последовательного приближения к минимуму функционала (10) находятся его градиенты J^s для каждого m решением сопряженной краевой задачи [12]. Затем вычисляются сопряженные направления S^s и шаги спуска β_s в направлении антиградиента на основе решения задачи для приращения температуры. Приближения $Q_m^s(\varphi, t)$ вычисляются по следующей итерационной схеме:

$$Q_m^{s+1}(\varphi, t) = Q_m^s(\varphi, t) - \beta_s S_m^s(\varphi, t), \quad s = 0, 1, 2, \dots,$$

$$S_m^s(\varphi, t) = J'_{Q_m(\varphi, t)} + \gamma_m^s S_m^{s-1}(\varphi, t), \quad \gamma_m^0 = 0, \quad \gamma_m^s = \frac{\int_0^{t_k} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \left(J'_{Q_m^s(\varphi, t)} \right)^2 d\varphi dt}{\int_0^{t_k} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \left(J'_{Q_m^{s-1}(\varphi, t)} \right)^2 d\varphi dt}.$$

Итерации при поиске функций фрикционного теплообразования прекращаются при достижении значением функционала (10) дисперсии температур, полученных в результате экспериментов. При таком останове итераций получается решение обратной задачи, в котором не появляются большие осцилляции.

Экспериментальная проверка. Для определения моментов трения в системе подшипников скольжения по температурным данным был изготовлен модуль для одновременного испытания на трение и износ нескольких подшипников скольжения из различных материалов с граничной смазкой и без нее по схеме вал–втулка [16]. Для снижения биения и соединения валов модуля и серийной испытательной машины на трение и износ 2070 СМТ-1 использовалась карданная передача. Для измерения суммарного момента трения всех подшипников модуля используется индуктивный бесконтактный датчик момента трения.

При выполнении данной работы в модуле реализовано одновременное испытание четырех полимерных втулок, с которыми контактирует вращающийся вал. Расстояние между подшипниками $a = 8$ см. Поскольку первый и четвертый испытываемые втулки неподвижные, вал опирается на их внутренние поверхности трения вертикально сверху вниз. Средние втулки, имеющие возможность перемещения перпендикулярно по отношению к валу, нагружены снизу вверх. При таком способе передачи нагрузки на подшипники можно оперативно провести сравнительные испытания по исследованию влияния частиц износа антифрикционного материала на процесс трения. Одинаковые

нагрузки на подшипники передаются с помощью рычагов через средние подшипники (рис. 2).

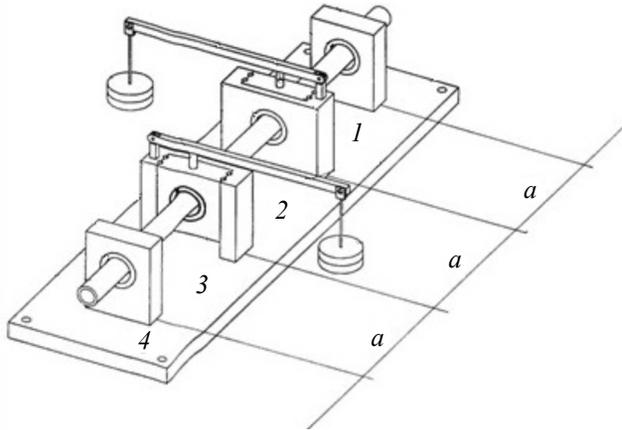


Рис. 2. Схема модуля для испытаний материалов на трение и износ.

Цилиндрические втулки с размерами $\text{Ø}26 \times \text{Ø}32 \times 20$ мм, изготовленные из наполненного на 20% коксом фторопласта, испытывались при постоянной частоте вращения вала 30 об/мин при температура окружающей воздуха $T_0 = 24^\circ\text{C}$.

На модуле испытывались втулки, изготовленные из наполненного фторопласта Ф4К20 (20% кокса), с размерами $R_2 = 13$; $R_3 = 16$, ширина втулок 20 мм. Для средних подшипников $R_4 = 46$, для крайних $R_4 = 26$ мм. Угол контакта втулок с валом диаметром 25.5 мм составлял 60° .

Зависимости коэффициента теплопроводности и объемной теплоемкости материала втулок от температуры имеют вид [17]

$$\lambda_2 = 0.07(T - 100)/150 + 0.35 \text{ (Вт/м}^\circ\text{C)},$$

$$C_2 = (6 \cdot 10^{-3}(T - 30) + 3) \cdot 10^6 \text{ (Дж/м}^3\text{.}^\circ\text{C)}.$$

Вал и корпуса средних подшипников изготовлены из стали с теплофизическими характеристиками:

$$\lambda_1 = \lambda_3 = 30.5(T - 100)/150 + 55.5 \text{ (Вт/м}^\circ\text{C)},$$

$$C_1 = C_3 = (1.2 \cdot 10^{-3}(T - 30) + 3.7) \cdot 10^6 \text{ (Дж/м}^3\text{.}^\circ\text{C)}.$$

Для крайних подшипников характеристики материала корпусов брались следующими: $\lambda_3 = 0.205$ (Вт/м $^\circ$ C), $C_3 = 1.911 \cdot 10^6$ (Дж/м 3 . $^\circ$ C).

Коэффициент конвективной теплоотдачи с поверхности подвижного вала в окружающий воздух определялся по известному выражению [18].

Коэффициент теплоотдачи стационарных поверхностей модуля для испытаний брался равным 10 Вт/(м 2 . $^\circ$ C).

На поверхности вала на удалении 5 см от первого подшипника проводился замер температуры. На таком расстоянии от подшипника в поперечном сечении вала распределение температуры считалось однородным, что позволило задавать на конце вала граничное условие первого рода. На другом конце вала задавалось условие третьего рода. Для решения приведенных выше задач применялся метод конечных разностей с использованием монотонной схемы для уравнения теплопроводности

с конвективным членом. Для заданной скорости скольжения расчетами определялся шаг по времени для численного решения прямой температурной задачи [19]. Значение временного шага, при котором динамика температурного поля определяется с точностью, приемлемой для практического использования, составляет 1/18 с.

Температуры регистрировались с помощью 16-канального многофункционального модуля АЦП/ЦАП Е-502-Х-U-D (ЗАО «Л-КАРД»). В качестве измерителя температуры использовались медь-константановые термопары с размером горячего спая 0.1 мм. Для определения функций фрикционного теплообразования температурные измерения в подшипниках проводились в 4 точках, удаленных на 0.5 мм от зоны контакта, с частотой 180 измерений в секунду.

Зарегистрированные температурные данные обрабатывались медиальным методом фильтрации. Значения температур в выборках с объемом 10 элементов упорядочивались в порядке возрастания. Значение температуры принималось как арифметическое среднее 5 и 6 членов. Далее временные зависимости температур получались, применяя сглаживающие кубические сплайны [20]. На рис. 3 представлены функции температур статистически обработанные и сглаженные кубическими сплайнами. Различия в значениях температур в подшипниках обусловлено не только теплофизическими свойствами материалов корпусов, но и взаимным влиянием температурных полей близстоящих узлов трения и граничными условиями на концах вала.

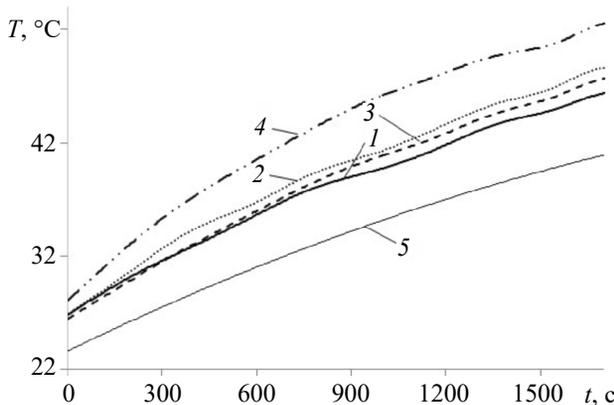


Рис. 3. Зависимости температур от времени в подшипниках 1–4 на расстоянии 0.5 мм от зоны трения при $\varphi = 15^\circ$; 5 — температура на поверхности в конце вала.

Полученные зависимости температур использовались в качестве дополнительной информации при решении обратной задачи определения функций удельной интенсивности теплообразования. Функции моментов трения от времени определяются по формуле

$$M_m(t) = \frac{R_1 d_m}{\Omega(t)} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} Q_m(\varphi, t) d\varphi.$$

Решение обратной задачи в интервале всего времени испытаний весьма трудоемко и требует большого объема оперативной памяти вычислительной машины, а также невозможно получать данные о трении в ходе непрерывных испытаний. Исходя из этого, обратные задачи решали на кратковременных локальных отрезках, на которые дробили интервал времени испытаний. Длина локальных отрезков времени составляла 6 с. Температурное поле, полученное в конце локального отрезка времени в ходе решения обратной задачи, бралось за начальное температурное поле на следующем

отрезке времени. Временные функции моментов трения на последующих локальных отрезках добавлялись предшествующим функциям, и получалась цепочка, состоящая из функций на локальных отрезках.

Решением модельных задач по определению различных зависимостей теплообразования от времени в подшипниках скольжения можно показать, что разработанный алгоритм решения обратной задачи восстанавливает их с точностью, соизмеримой с погрешностью температурных данных. Поэтому для установления эффективности тепловой диагностики трения в системе подшипников можно ограничиться сопоставлением расчетных и экспериментальных значений суммарного момента трения. На рис. 4 представлено сопоставление значений суммарного момента силы трения, полученных решением обратной задачи по экспериментальной температурной информации и замером индуктивным датчиком момента трения.

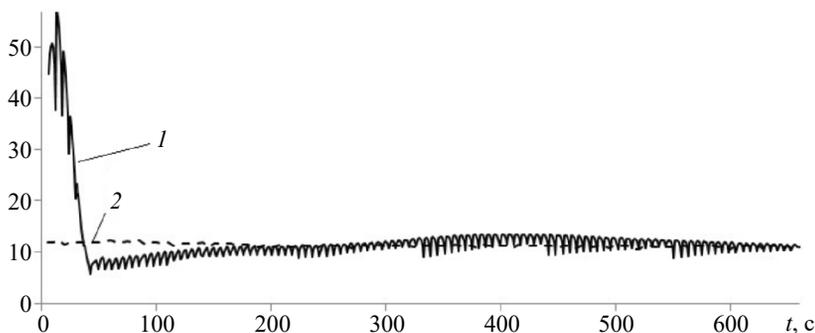


Рис. 4. Зависимости суммарных моментов трения от времени:

1 — восстановленные по температурным данным, зарегистрированным в эксперименте;
2 — измеренные индуктивным датчиком.

На рис. 4 показан небольшой интервал времени испытаний. На остальных интервалах времени поведение кривых со временем оставалось неизменным. В начале временного интервала наблюдается заметное расхождение расчетных и измеренных значений моментов трения. Такое отклонение значений момента трения, полученных решением обратной задачи, от непосредственно измеренных объясняется инерционностью реального теплового процесса. Используемое уравнение теплопроводности описывает передачу теплоты с бесконечной скоростью. Отклонение расчетных значений температур от экспериментальных заметно влияет на решение обратной задачи в начальный промежуток времени 0–40 с. Значения моментов трения в этом промежутке времени отбрасываются, как малоинформативные. На последующих отрезках времени расхождение между расчетным и измеренным значениями моментов трения не превышает 10–15%.

Выводы. 1. Для системы самосмазывающихся подшипников скольжения предложен метод тепловой диагностики трения, позволяющий определять моменты сил трения по теплоте, выделяющейся в результате трения. Временные функции фрикционного теплообразования восстанавливаются по температурным данным путем решения обратной задачи теплопроводности с учетом скорости вращения вала. **2.** Сопоставлением расчетных и непосредственно измеренных значений суммарных моментов трения установлена эффективность разработанного алгоритма определения функций фрикционного теплообразования по температурным данным. Метод тепловой диагностики трения можно использовать для повышения информативности стендовых и эксплуатационных испытаний самосмазывающихся подшипников скольжения машин и механизмов.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 122011100162-9.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фролов Л. Б.* Измерение крутящего момента. М.: Энергия, 1967. 121 с.
2. *Одинец С. С., Топилин Г. Е.* Средства измерения крутящего момента. М.: Машиностроение, 1977. 160 с.
3. *Костецкий Б. И., Линник Ю. И.* Энергетический баланс при внешнем трении металлов // ДАН СССР. 1968. Т. 183. № 5. С. 42–46.
4. *Кузнецов В. Д.* Физика резания и трения металлов и кристаллов: Избранные труды. М.: Наука, 1977. 310 с.
5. *Чихос Х.* Системный анализ в трибонике. М.: Мир, 1982. 351 с.
6. *Тихонов А. Н.* О регуляризации некорректно поставленных задач // Докл. АН СССР. 1963. Т. 153. № 1. С. 49.
7. *Богатин О. Б., Старостин Н. П., Черский И. Н. и др.* Экспериментальная оценка эффективности восстановления моментов трения в системе несмазываемых подшипников по замерам температур // Трение и износ. 1991. Т. 12. № 3. С. 442–445.
8. *Старостин Н. П.* Математическое моделирование теплового режима и температурная диагностика трения в системе цилиндрических подшипников скольжения // Математические заметки ЯГУ. 1997. Т. 4. Вып. 2. С. 161–170.
9. *Старостин Н. П.* Основы тепловой диагностики эксплуатационных параметров в опорах скольжения без смазки. Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М.: ВНИИЖТ, 1999. 34 с.
10. *Чичинадзе А. В., Браун Э. Д., Гинзбург А. Г., Игнатьева З. В.* Расчет, испытание и подбор фрикционных пар. М.: Наука, 1979. 267 с.
11. *Алифанов О. М., Ненарокомов А. В., Салосина М. О.* Обратные задачи в тепловом проектировании и испытаниях космических аппаратов. М: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2021. 160 с.
12. *Самарский А. А., Вабищевич П. Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики: учеб. пособие. Изд. 3-е. М.: Изд-во ЛКИ, 2009. 480 с.
13. *Yu Y., Luo X., Wu Z., Zhang Q., Qi Y., Pang X.* Estimation of the boundary condition of a 3D heat transfer equation using a modified hybrid conjugate gradient algorithm // Applied Mathematical Modelling. 2022. V. 102. P. 768–785.
14. *Lee H. L., Chen W.-L., Chang W. J., Yang Y. C.* Estimation of energy absorption rate and temperature distributions in short-pulse laser heating of metals with a dual-phase-lag model // Applied Thermal Engineering. 2014. V. 65(1–2). P. 352–360.
15. *Yang Y. C., Chen W.-L., Chou H. M., Salazar J. L.* Simultaneous estimation of boundary heat flux and convective heat transfer coefficient of a curved plate subjected to a slot liquid jet impingement cooling // Numerical Heat Transfer. Part A: Applications. 2014. V. 66(3). P. 252–270.
16. *Герасимов А. И., Старостин Н. П., Федоров А. Л., Васильев С. В., Тихонов Р. С.* Патент РФ 149244. Модуль для испытания материалов на трение и износ, 2014.
17. *Заричняк Ю. П., Иванов В. А.* Зависимость теплофизических свойств наполненных фторопластов от температуры и концентрации наполнителей // Пластические массы. 2013. № 7. С. 35–37.
18. *Кутателадзе С. С.* Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
19. *Тихонов Р. С., Старостин Н. П.* Моделирование теплового процесса в системе подшипников на общем валу с учетом скорости его вращения // Трение и износ. 2014. Т. 35. № 6. С. 691–698.
20. *Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.* Методы сплайн-функций, Л. – М.: Наука, 1980. 352 с.