
НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 621.7.043: 517.95

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ ГИБКИ КОНЦЕВЫХ УЧАСТКОВ БАЛОК В ШТАМПЕ ПО ДВУУГЛОВОЙ СХЕМЕ

© 2025 г. А. С. Пономарева¹, Е. Н. Сосенушкин^{1, *}, Е. А. Яновская¹

¹Московский государственный технологический университет СТАНКИН,
Москва, Россия

*e-mail: sen@stankin.ru

Поступила в редакцию 18.07.2024 г.

После доработки 16.10.2024 г.

Принята к публикации 20.09.2024 г.

Проведен анализ напряженно-деформированного состояния заготовки при объемном чисто пластическом изгибе на радиус в условиях плоского деформированного состояния. Положение нейтральных слоев напряжений и деформаций, а также изгибающий момент оценены известными зависимостями.

Ключевые слова: гибка в штампе, напряжения, механизм деформации, изгибающий момент

DOI: 10.31857/S0235711925010097, EDN: EQDUOI

Необходимость стыкования балок в виде гнутого швеллера [1] при сборке корпусов вагонов привела к созданию способа обработки концевых участков балок [2] и гибочного штампа [3] для реализации технологического процесса. В производственных условиях изменение размеров поперечного сечения локального участка балки из стали 09Г2Д [4] ведется при температуре 900°C в условиях неполной горячей деформации [5], что позволяет не учитывать упрочнение [6, 7] и пренебречь малыми показателями пружинения [8, 10]. Технологический процесс и производственный штамп позволяют реализовать двугловую схему гибки [11, 12].

Постановка задачи. Участок заготовки в виде гнутого швеллера из идеально жесткопластического материала находится в состоянии объемного чисто пластического изгиба [12, 13]. Объемное напряженное состояние характеризуется нормальными напряжениями в трех взаимно перпендикулярных направлениях: радиальном — σ_r , тангенциальном — σ_θ и в направлении ширины заготовки (аксиальном) — σ_z [14, 15]. Требуется оценить НДС очага деформации, рассчитать радиусы нейтральных слоев напряжений и деформаций для определения размеров зон растяжения и сжатия, а также найти величину изгибающего момента при гибке на радиус по двугловой схеме [16, 17].

Решение. В предположении, что изгибаемый участок заготовки широкий, деформацией ϵ_z в направлении ее ширины в процессе изгиба в виду малости можно пренебречь [18]. В связи с этим гибка осуществляется в условиях плоского деформированного состояния и, следовательно, нормальное напряжение в направлении ширины равно полусумме двух других [7, 11, 12]

$$\sigma_z = \frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2}. \quad (1)$$

Рассмотрим элемент изгибаемой заготовки бесконечно малого объема, ограниченного по длине дуги двумя плоскостями, проходящими через поперечные сечения заготовки и совпадающими с направлением радиусов кривизны, которые образуют угол $d\theta$, как показано на рис. 1 [12, 14]. В схеме напряженного состояния выделенного элемента касательные напряжения отсутствуют, поэтому действующие нормальные напряжения являются главными [11, 13, 15].

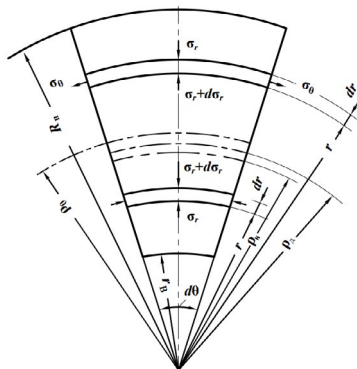


Рис. 1. Напряжения, действующие на бесконечно малый элемент участка изгибаемой заготовки прямоугольного сечения.

Напряженное состояние очага деформации в зоне растяжения. Радиальные напряжения σ_r по всей толщине заготовки — сжимающие. В наружной от центра кривизны зоне тангенциальные напряжения σ_θ растягивающие.

Составим уравнение статического равновесия для наружной растянутой зоны изгибаемой заготовки, спроецировав все действующие силы на вертикальную ось, проходящую через радиус [7, 12, 14]

$$(\sigma_r + d\sigma_r)rd\theta - \sigma_r(r + dr)d\theta - 2\sigma_\theta dr \sin \frac{d\theta}{2} = 0. \quad (2)$$

В виду малости выделенного элемента допускаем, что для малых углов справедливо равенство $\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$.

После раскрытия скобок уравнение (2) примет вид:

$$\sigma_r r d\theta + rd\sigma_r d\theta - \sigma_r r d\theta - \sigma_r dr d\theta - \sigma_\theta dr d\theta = 0. \quad (3)$$

После деления на произведение $rdrd\theta$, представляющее собой объем элемента на единицу ширины, в результате преобразования получим

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{r} = 0, \quad d\sigma_r = (\sigma_r + \sigma_\theta) \frac{dr}{r}. \quad (4)$$

Условие пластичности в виде постоянства главных касательных напряжений для наружной растянутой зоны с учетом знаков напряжений [8, 11] выражается формулой

$$\sigma_\theta = \beta \sigma_s - \sigma_r, \quad (5)$$

где β — коэффициент Надаи—Лоде, зависящий от вида напряженного состояния. Для плоского деформированного состояния $\beta = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Подставив тангенциальные напряжения из (5) во второе уравнение (4), интегрируя его, получим

$$\sigma_r = \beta \sigma_s \ln r + c. \quad (6)$$

Постоянную интегрирования находим из условия при $r = R_H$ $\sigma_r = 0$, тогда $c = -\beta \sigma_s \ln R_H$ и радиальное напряжение с учетом знака выразится как

$$\sigma_r = -\beta \sigma_s \ln \frac{R_H}{r}. \quad (7)$$

Подставив абсолютное значение результата (7) в условие пластичности (5) (знак учтен при составлении уравнения), получим тангенциальное напряжение в растянутой зоне поперечного сечения изгибаемой заготовки

$$\sigma_\theta = \beta \sigma_s \left(1 - \ln \frac{R_H}{r} \right). \quad (8)$$

Напряжение в направлении ширины заготовки найдем из уравнения (1), поставив в него найденные значения напряжений,

$$\sigma_z = \beta \sigma_s \left(\frac{1}{2} - \ln \frac{R_H}{r} \right). \quad (9)$$

Напряженное состояние очага деформации в зоне сжатия. Рассмотрим напряженное состояние внутренней от центра кривизны сжатой зоны (рис. 1). Действующие тангенциальные напряжения σ_θ являются сжимающими.

Составим уравнение статического равновесия, спроецировав действующие в сжатой зоне силы с учетом знаков на направление вертикальной оси, совпадающей с направлением радиуса r . Получим

$$\sigma_r r d\theta - (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta + 2\sigma_\theta dr \cdot \sin \frac{d\theta}{2} = 0, \quad (10)$$

раскрывая скобки, имеем

$$\sigma_r r d\theta - \sigma_r r d\theta - \sigma_r dr d\theta - d\sigma_r r d\theta - d\sigma_r dr d\theta + 2\sigma_\theta dr \cdot \sin \frac{d\theta}{2} = 0.$$

Преобразуя последнее соотношение и отбросив бесконечно малые члены [11], получим дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными

$$d\sigma_r = (\sigma_\theta - \sigma_r) \frac{dr}{r}. \quad (11)$$

Условие пластичности для сжатой зоны запишем как

$$\sigma_\theta = \beta \sigma_s + \sigma_r. \quad (12)$$

После подстановки (12) в уравнение (11) интегрируем его и получаем

$$\sigma_r = \beta \sigma_s \ln r + c. \quad (13)$$

Из граничного условия, что при $r = R_B$ $\sigma_r = 0$, находим постоянную интегрирования $c = -\beta \sigma_s \ln R_B$ и после подстановки в уравнение (13) имеем формулу для вычисления радиальных напряжений в сжатой зоне [12–14]:

$$\sigma_r = \beta \sigma_s \ln \frac{r}{R_B}. \quad (14)$$

Аналитическую зависимость для определения нормального напряжения в тангенциальном направлении получим для сжатой зоны с использованием уравнений (12) и (14):

$$\sigma_\theta = \beta \sigma_s \left(1 + \ln \frac{r}{R_B} \right). \quad (15)$$

В сжатой зоне напряжение в направлении ширины заготовки выразится в соответствии с (1):

$$\sigma_z = \beta \sigma_s \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{r}{R_B} \right). \quad (16)$$

Во всех уравнениях для определения главных напряжений под знак натурального логарифма входят отношения радиусов, это дает право утверждать, что уравнения будут действительны при замене абсолютных значений радиусов изгиба относительными.

Относительную истинную деформацию при изгибе участка заготовки прямоугольного сечения можно вычислить (рис. 2) [12]:

- для зоны растяжения $e_p = \ln \frac{R_H}{\rho_d}$;
- для зоны сжатия $e_c = \ln \frac{\rho_d}{R_B}$,

где ρ_d – радиус нейтрального слоя деформаций, можно определить из равенства объема изгибаемой заготовки до и после деформирования [7, 12, 14].

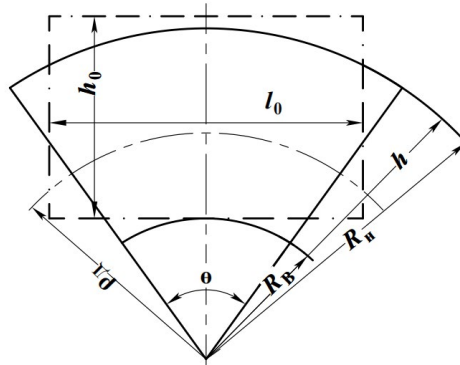


Рис. 2. К вычислению радиуса нейтрального слоя деформаций заготовки:
 h_0 – толщина до деформации; h – толщина после изгиба; l_0 – длина до изгиба.

Объем заготовки шириной b до изгиба: $V_0 = h_0 l_0 b$.

Объем заготовки в результате деформации: $V = \left(R_H^2 - R_B^2 \right) \frac{\theta}{2} b$.

Условие несжимаемости позволяет приравнять правые равенств:

$$h_0 l_0 b = \left(R_H^2 - R_B^2 \right) \frac{\theta}{2} b.$$

Поскольку длина нейтрального слоя деформаций равна первоначальной длине заготовки l_0 , то справедливо равенство

$$l_0 = \rho_d \theta.$$

Тогда уравнение несжимаемости преобразуется к виду

$$\rho_d = \frac{R_H^2 - R_B^2}{2h_0}. \quad (17)$$

Выражение для определения радиуса нейтрального слоя деформаций через относительные радиусы гибки $\left(r_H = \frac{R_H}{h_0}; r_B = \frac{R_B}{h_0} \right)$ запишется как

$$\rho'_d = \frac{r_H^2 - r_B^2}{2}. \quad (18)$$

Аналитическое выражение для нахождения положения нейтрального слоя напряжений определяется из условия статики при отсутствии внешних сил в поперечном сечении изгибаемой заготовки [7, 12]:

$$\sum P = \int_{R_B}^{R_H} \sigma_\theta dr = 0. \quad (19)$$

Подставляя в (19) значения тангенциальных напряжений для наружной растянутой зоны из уравнения (8) и для внутренней сжатой зоны из уравнения (15), получим

$$\beta\sigma_s \int_{\rho_H}^{R_H} \left(1 - \ln \frac{R_H}{r}\right) dr - \beta\sigma_s \int_{R_B}^{\rho_H} \left(1 + \ln \frac{r}{R_B}\right) dr = 0. \quad (20)$$

После интегрирования уравнения (20) имеем

$$-\beta\sigma_s r \ln \frac{R_H}{r} \Big|_{\rho_H}^{R_H} - \beta\sigma_s r \ln \frac{r}{R_B} \Big|_{R_B}^{\rho_H} = \beta\sigma_s \rho_H \left(\ln \frac{R_H}{\rho_H} - \ln \frac{\rho_H}{R_B} \right) = 0, \quad (21)$$

откуда после преобразования запишем

$$\ln \frac{R_H}{\rho_H} = \ln \frac{\rho_H}{R_B},$$

или после потенцирования [7]:

$$\rho_H = \sqrt{R_H R_B}. \quad (22)$$

Относительный радиус нейтрального слоя напряжений выразится через относительные радиусы заготовки:

$$\rho'_H = \sqrt{r_H r_B}. \quad (23)$$

И. П. Ренне [19] установлено несовпадение нейтральных слоев напряжений и деформаций при пластическом изгибе.

Величина смещения нейтральных слоев при изгибе заготовки. Для анализа положения нейтральных слоев участка заготовки с прямоугольным поперечным сечением по отношению к срединному слою в уравнения (17) и (22) подставим соотношение (24):

$$R_H = R_B + h, \quad (24)$$

и после преобразований получим аналитическое выражение для вычисления радиуса нейтрального слоя напряжений в виде [11]:

$$\rho_H = \sqrt{\left(R_B + \frac{h}{2}\right)^2 - \frac{h^2}{4}}, \quad (25)$$

а радиус нейтрального слоя деформаций определится как [14]

$$\rho_d = R_B \frac{h}{h_0} + \frac{h^2}{2h_0}. \quad (26)$$

Относительную толщину заготовки можно выразить через коэффициент утонения $\eta = \frac{h}{h_0}$, тогда

$$\rho_d = R_B \eta + \frac{1}{2} h \eta. \quad (27)$$

При изгибе на малую кривизну, когда отсутствует уменьшение толщины заготовки $h = h_0$ и $\eta = 1$, нейтральный слой деформаций совпадает со срединным слоем, радиус которого определим выражением $\rho_0 = R_B + \frac{h_0}{2}$, а нейтральный слой напряжений будет лежать ближе к центру кривизны по сравнению со срединным слоем (рис. 3). Смещение нейтрального слоя напряжений всегда больше смещения нейтрального слоя деформаций [11–14] $\rho_H < \rho_d$.

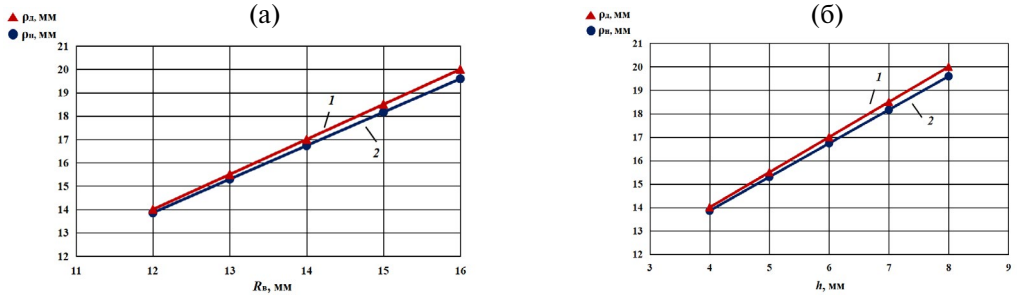


Рис. 3. Изменение радиусов нейтральных слоев: (а) — в зависимости от внутреннего радиуса R_B ; (б) — в зависимости от толщины изгибаемой заготовки h .

Непрерывный рост радиальных напряжений вызывает увеличение кривизны заготовки, сопровождающееся изменением положения нейтрального слоя напряжений за счет смещения в сторону сжатых волокон, в ту же сторону будут смещаться и центры поворота поперечных сечений. Поворот поперечных сечений вокруг центров, лежащих в зоне сжатых волокон, также вызывает изменение положения нейтрального слоя деформаций перемещением к центру кривизны [12].

Изгибающий момент можно определить, согласно условию равенства моментов внешних и внутренних сил [7, 12]:

$$M = b \int_{R_B}^{R_H} \sigma_{\theta} r dr. \quad (28)$$

С учетом наличия двух зон растяжения и сжатия имеем

$$M = M_H - M_B = \beta \sigma_s b \left[\int_{\rho_H}^{R_H} \left(1 - \ln \frac{R_H}{r} \right) r dr - \int_{R_B}^{\rho_H} \left(1 + \ln \frac{r}{R_B} \right) r dr \right]. \quad (29)$$

Интегрируем (29) и с учетом уравнения (22) получим

$$M = \beta \sigma_s b \left(\frac{R_H - R_B}{2} \right)^2. \quad (30)$$

С учетом соотношения (24) изгибающий момент при объемном чисто пластическом изгибе выразится известной из [12] формулой

$$M = \beta \frac{bh^2}{4} \sigma_s, \quad (31)$$

где $\beta = 1.15$ — коэффициент Лодэ–Надаи;

$$h = \eta h_0. \quad (32)$$

Согласно уравнению (31) для определения изгибающего момента с уменьшением относительного радиуса изгиба будет уменьшаться толщина заготовки h и, следовательно, будет уменьшаться величина изгибающего момента (рис. 4а).

Если радиусы гибки малы и упрочнение металла заготовки будет отсутствовать (гипотеза изотропного материала), то для определения максимального изгибающего момента в (31) следует принять начальную толщину заготовки, т.е. $h_0 = \frac{h}{\eta}$. Зависимость момента от ширины b изгибаемого участка показана на рис. 4б. Влияние сопротивления деформированию σ_s на величину изгибающего момента показано на рис. 4в.

Определение силовых параметров гибки можно найти в работах [7, 9, 14, 16].

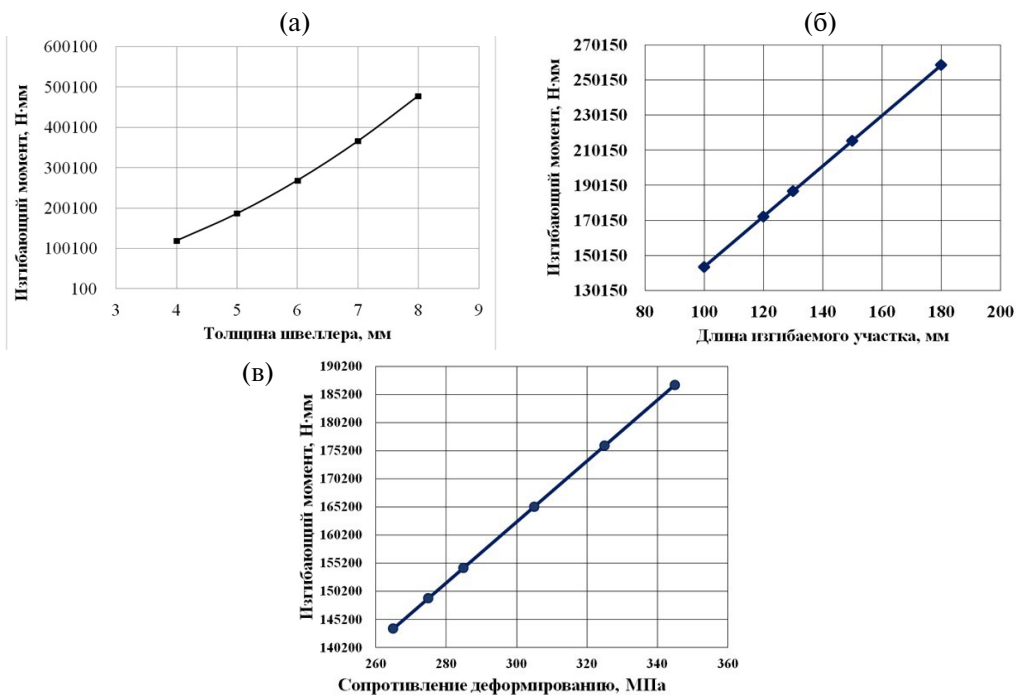


Рис. 4. Изменение изгибающего момента от параметров гибки:

- (а) — влияние толщины заготовки h ; (б) — влияние ширины b изгибаемого участка заготовки;
 (в) — влияние сопротивления деформированию σ_s .

На рис. 5а показан концевой участок балки, подвергнутый изгибу в штампе [3, 20], с изменением внутреннего радиуса с 9 мм до 12 мм и уменьшением размера стенки со 180 мм до 174 мм (внешний габарит поперечного сечения швеллера) в условиях неполной горячей (полугорячей) деформации.

Нагрев локальной зоны заготовки проводится с помощью индуктора специальной конструкции (рис. 5б), а промышленный штамп в рабочей зоне прессы изображен на рис. 5в.

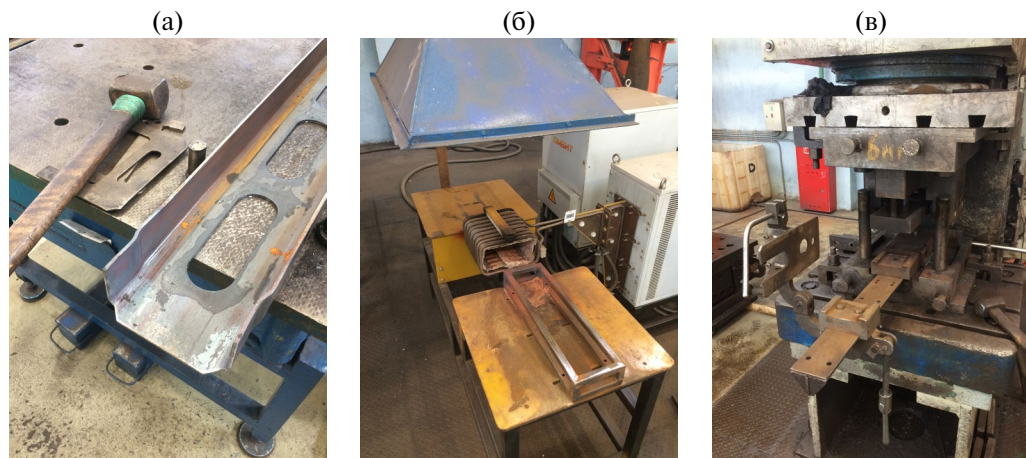


Рис. 5. Реализация технологии гибки концевой участка балки: (а) — локальный участок изгиба балки; (б) — индуктор и приспособление для местного нагрева; (в) — штамп гибочный.

Выводы. Установлены положения радиусов нейтрального слоя деформаций и нейтрального слоя напряжений в зависимости от изменения радиуса гибки и толщины изгибаемого участка заготовки. Показана степень влияния геометрических параметров заготовки и сопротивления деформированию на величину изгибающего момента.

Финансирование. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета МГТУ «СТАНКИН». Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 8278-83 «Швеллеры стальные гнутые равнополочные. Сортамент». М.: Изд-во стандартов, 1983. 16 с.
2. *Сосенушкин Е. Н., Белокопытов В. В., Яновская Е. А., Сосенушкин А. Е.* РФ Патент 2746190. Способ обработки концевых участков балки С-образного сечения, 2021.
3. *Сосенушкин Е. Н., Белокопытов В. В., Яновская Е. А., Сосенушкин А. Е.* РФ Патент 2746193. Штамп для обработки концевых участков балки П-образного сечения, 2021.
4. Марочник сталей и сплавов / Под общ. ред. А. С. Зубченко. 2-е издание доп. и испр. М.: Машиностроение, 2003. 784 с.
5. *Овчинников А. Г., Хабаров А. В., Волчанинов К. К.* Состояние и тенденции развития низкотемпературной штамповки выдавливанием. М.: НИИМАШ, 1974. 72 с.
6. *Белик А. З.* Влияние упрочнения стали и величины упругой зоны на изгибающий момент при гибке листов по радиусу // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия Техника и технологии 2012. № 2. Ч. 2. С. 68–73.
7. *Горбунов М. Н.* Технология заготовительно-штамповочных работ в производстве самолетов. М.: Машиностроение, 1981. 224 с.
8. *Попов Е. А., Ковалев В. Г., Шубин И. Н.* Технология и автоматизация листовой штамповки. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. 480 с.
9. *Ершов В. И., Глазков В. И., Каширин М. Ф.* Совершенствование формоизменяющих операций листовой штамповки. М.: Машиностроение, 1990. 312 с.
10. *Ильин Л. Н., Семенов И. Е.* Технология листовой штамповки: учебник для вузов. М.: Дрофа, 2009. 475 с.
11. *Сторожев М. В., Попов Е. А.* Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1977. 423 с.
12. *Мошнин Е. Н.* Исследование пластического изгиба. Элементы теории и новые процессы обработки металлов давлением / Под ред. Е. П. Унксова. М.: Машгиз, 1954. С. 27–101.
13. *Голенков В. А., Яковлев С. П., Головин С. А. и др.* Теория обработки металлов давлением: учебник для вузов. М.: Машиностроение, 2013. 442 с.
14. *Мошнин Е. Н.* Гибка, обтяжка и правка на прессах. М.: Машгиз, 1959. 360 с.
15. *Унксов Е. П., Джонсон У., Колмогоров В. Л. и др.* Теорияковки и штамповки: Учеб. пособие для вузов / Под общ. ред. Е. П. Унксова, А. Г. Овчинникова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1992. 719 с.
16. *Романовский В. П.* Справочник по холодной штамповке. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1979. 520 с.
17. Справочник конструктора штампов: Листовая штамповка / Под ред. Л. И. Рудмана. М.: Машиностроение, 1988. 496 с.
18. *Гречников Ф. В., Дмитриев А. М., Кухарь В. Д. и др.* Прогрессивные технологические процессы холодной штамповки / Под общ. ред. А. Г. Овчинникова. М.: Машиностроение, 1985. 184 с.
19. *Ренне И. П.* Изменение толщины листовой заготовки при чистом изгибе // Труды Тульского механического института. 1950. Вып. 4. С. 146–162.
20. *Сосенушкин Е. Н., Белокопытов В. В., Яновская Е. А. и др.* Штамповая оснастка для пластического деформирования концевых участков балок в вагоностроении // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2023. Вып. 5. С. 391–397.