
МЕХАНИКА МАШИН

УДК 539.3

НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ
ОДНОНАПРАВЛЕННОГО УГЛЕПЛАСТИКА
ПРИ ВНУТРИСЛОЙНОМ СДВИГЕ
В УСЛОВИЯХ СКОРОСТНОГО НАГРУЖЕНИЯ

© 2025 г. А. М. Думанский^{1,*}, М. А. Алимов¹, Е. И. Фомина¹

¹Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

*e-mail: aldumans@rambler.ru

Поступила в редакцию 21.08.2024 г.

После доработки 11.10.2024 г.

Принята к публикации 20.10.2024 г.

При проектировании элементов тонкостенных конструкций из композиционных материалов основными исходными данными являются характеристики одностороннего слоя, которые в значительной степени определяются свойствами матрицы и ее адгезии к волокну. В настоящей статье с помощью нелинейного определяющего соотношения Работнова описаны закономерности деформирования при внутрислойном сдвиге одностороннего углепластика с термопластичной матрицей в условиях повышенной температуры. Использование свойств резольвентных операторов, используемых в наследственной механике твердых тел, и выбор аппроксимации кривой мгновенного деформирования позволили выполнить обращение определяющего соотношения Работнова. Сравнение с результатами экспериментов показало корректность предложенного подхода.

Ключевые слова: определяющее соотношение, наследственная упругость, резольвентный оператор, скоростное нагружение

DOI: 10.31857/S0235711925010027, **EDN:** EQRNZW

Построению определяющих соотношений и критериев предельного состояния односторонних и многонаправленных композиционных материалов на полимерной основе посвящено большое количество работ, из которых можно выделить конкурс World-Wide-Failure-Exercise (WWFE), организованный группой британских специалистов, который проводился в несколько этапов. В частности, в WWFE-III были поставлены задачи построения моделей, позволяющих описывать кривые деформирования и поверхности прочности слоистых композиционных материалов (КМ). На одном из начальных этапов была выпущена инструкция, содержащая механические характеристики односторонних материалов [1] и рекомендации [2], подчеркивающие степень разработанности практических вопросов. В инструкции приводятся механические свойства ряда широко используемых материалов при квазистатическом нагружении, включая табличные данные по деформированию при внутрислойном сдвиге и в направлении, перпендикулярном армированию. Предлагалось рассмотреть разные случаи нагружения, включая разгрузку и влияние термического воздействия. Итог конкурса подведен в сборнике [3], в котором рассматривались различные варианты соотношений теории слоистых пластин, трехмерные

задачи, а также нелинейный анализ, процессы трещинообразования и микромеханические подходы. Особо отмечены случаи разрушения, соответствующие нарушению герметичности, которые важны при расчете сосудов давления.

Важность и необходимость разработки методов расчета при переменных нагрузках очевидна, особенно при многократно повторных и комплексных динамических и ударных воздействиях. Следствием этого направления явилось большое количество работ, посвященных расчетно-экспериментальному исследованию закономерностей механического поведения при скоростном нагружении, в частности [4–8]. Анализ закономерностей проведен в обзорной работе [4]. Можно отметить, что начальной точкой отсчета скоростного нагружения может служить квазистатическое нагружение, далее, повышая скорость идут динамические и ударные воздействия, исполняемые на специальных установках и другими способами фиксации и измерения опытных данных. Также как в WWFE основными моментами являются исследования закономерностей механического поведения при сложном напряженном состоянии, включая сжатие, влияние температуры и др. Ввиду трудности изучения столь сложных процессов отработка выполняется на однонаправленных образцах или образцах с косоугольной укладкой. В работах [5–8] проводились эксперименты в широком диапазоне скоростей деформирования, начиная от соответствующего квазистатическому и заканчивая высокоскоростным, для проведения которых использовался разрезной стержень Гопкинсона, требующий специальных устройств и уравнений измерения напряжений и деформаций. При нагружении образцов под разными углами к направлению армирования отмечается нелинейность диаграмм деформирования и ярко выраженный временной эффект. В [5] с помощью линейных логарифмических соотношений проводились оценки упругих модулей на начальном участке и значений прочности. Что касается вида нагружения, то эксперименты показывают заметное превышение значения прочности при сжатии по сравнению с растяжением. Можно констатировать, что механическое поведение слоя при внутрислойном сдвиге является одной из определяющих характеристик поведения не только слоя, но и пакета в целом. Внутрислойный сдвиг определяет не только физическую нелинейность КМ, но и энергопоглощение, ударную прочность, а также может быть одним из параметров оптимизации свойств материала.

До сих пор присутствуют разнотечения, связанные с определением модуля внутрислойного сдвига, которые зависят от формы образцов и методов испытаний. Трудности заключаются в создании состояния чистого сдвига, поэтому в некоторых случаях определение модуля внутрислойного сдвига определяется нагружением однонаправленных образцов под углом 10° к направлению армирования. В данном случае напряжение сдвига примерно в шесть раз больше напряжений в трансверсальном направлении. В других случаях характеристики внутрислойного сдвига определяются нагружением однонаправленных образцов под углом 45° к направлению армирования, либо с косоугольной укладкой [± 45].

В [9] сформулированы основные принципы построения математической теории вязкоупругости, в которых устанавливается взаимосвязь системы материальных функций. В частности, в [10] представлена взаимосвязь функций ползучести, релаксации, а также при скоростном по напряжениям и деформациям нагружении.

В настоящей статье за основу были принятые данные испытаний образцов из однонаправленного углепластика с термопластичной матрицей [8], которые были оцифрованы из рисунков. Термопластичные волокнистые углепластики обладают определенным преимуществом по сравнению с композитами, изготовленными на основе термореактивных матриц. Термопластичные смолы легко поддаются термообработке, композиционные материалы на их основе обладают кратно повышенным сопротивлением ударным нагрузкам и трещинообразованию.

Определяющие соотношения. Наиболее общими для описания деформирования композитов на полимерной основе являются определяющие соотношения дифференциального типа, представляющие собой соотношения теории вязкоупругости, а также подходы, основанные на уравнениях дробного дифференцирования. В прикладном анализе наиболее удобную и гибкую форму имеют соотношения, основанные на наследственных представлениях [11]. В теории наследственной упругости развитый аппарат алгебры резольвентных операторов позволяет существенно упрощать получение удобных для практического использования материальных функций.

Рассмотрим приложение нелинейного определяющего соотношения Работнова с ядром Абеля для описания механического поведения одностороннего углепластика AS4/PEEK [8] при внутристойном сдвиге

$$\varphi(\gamma) = \left(1 + \beta I_{\alpha}^*\right) \tau, \quad (1)$$

где $\varphi(\gamma)$ – уравнение кривой мгновенного деформирования при сдвиге; γ, τ – деформация и напряжение сдвига, β – параметр; $I_{\alpha}^* \tau = \frac{1}{\Gamma(1+\alpha)} \int_0^t (t-\eta)^{\alpha} \tau(\eta) d\eta$, $-1 < \alpha < 0$ – параметр сингулярности ядра Абеля; $\Gamma()$ – гамма-функция.

Кривые деформирования при внутристойном сдвиге были построены путем пересчета кривых деформирования образцов, нагружаемых под углом 45° между направлением действия нагрузки и направлением армирования, в этом случае: $\tau_{12} = \frac{\sigma_{45}}{2}$. Экспериментальные кривые при сдвиге пересчитаны в [12]. При этом, учитывая последнее соотношение, следует пересчитать скорости нагружения при внутристойном сдвиге, т.е. вместо 100 и 1 МПа/мин принимаем скорость сдвиговых напряжений равной 50 и 0.5 соответственно.

В случае скоростного нагружения для напряжений запишем: $\tau(t) = \dot{\tau}t$, тогда выражение (1) принимает вид

$$\varphi(\gamma) = \tau + \frac{\chi}{\dot{\tau}^{1+\alpha}} \tau^{2+\alpha}, \quad (2)$$

$$\text{где } \chi = \frac{\beta}{\Gamma(3+\alpha)}.$$

Очевидно равенство значений кривой мгновенного деформирования для пар кривых деформирования при разных скоростях нагружения и равных значений сдвиговой деформации

$$\varphi(\gamma) = \tau_i + \frac{\chi}{\dot{\tau}_i^{1+\alpha}} \tau_i^{2+\alpha} = \tau_j + \frac{\chi}{\dot{\tau}_j^{1+\alpha}} \tau_j^{2+\alpha}, \quad (3)$$

где $\dot{\tau}_i = 0.5$ МПа/мин, $\dot{\tau}_j = 50$ МПа/мин.

Для вычисления параметров определяющего соотношения осуществлялась минимизация разности квадратов значений кривой мгновенного деформирования при разных скоростях нагружения для деформаций сдвига, равных 1, 2, 3 и 4%. Обозначим $f(\tau, \dot{\tau}) = \tau + \frac{\chi}{\dot{\tau}^{1+\alpha}} \tau^{2+\alpha}$, тогда минимизируем выражение вида

$$F(\chi, \alpha) = \min \sum_{i=1}^4 \left[f(\tau_i^{0.5}, 0.5) - f(\tau_i^{50}, 50) \right]^2. \quad (4)$$

Были рассчитаны значения (3) для деформаций сдвига, равных 1, 2, 3 и 4%. Далее, с помощью соотношения (2) определены соответствующие значения мгновенной кривой деформирования. Исходные данные приведены в табл. 1.

Таблица 1. Данные для расчета параметров определяющего соотношения

$\gamma, \%$	1	2	3	4
$\tau, \text{ МПа}$ 50 МПа/мин	38.5	45.8	49.2	51.2
$\tau, \text{ МПа}$ 0.5 МПа/мин	32.5	39.0	43.5	46.5

Значения параметров оказались равными $\chi = 0.0763$, $\alpha = -0.73$. Коэффициент в определяющем соотношении (2) $\beta = \chi\Gamma(3 + \alpha) = 0.0874 \text{ мин}^{-(1+\alpha)}$.

Из соотношения (2) следует, что расчетные кривые деформирования можно определить «сползанием» с кривой мгновенного деформирования на некоторую величину, определяемую условиями нагружения

$$\tau = \phi(\gamma) - \frac{\chi}{\dot{\gamma}^{1+\alpha}} \tau^{2+\alpha}. \quad (5)$$

Мгновенная кривая деформирования и сравнение расчетных кривых и экспериментальных значений приведено на рис. 1, из которого видно хорошее согласие расчетных и опытных данных.

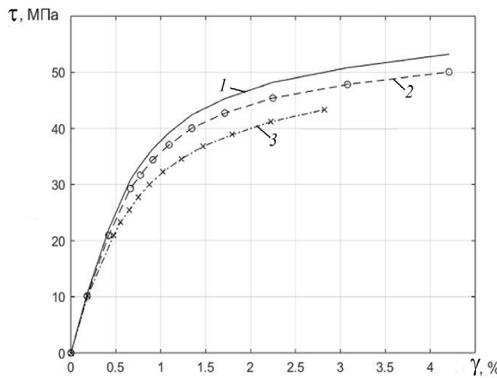


Рис. 1. Кривые деформирования (линии – расчет и точки – эксперимент): 1 – мгновенная кривая деформирования; 2 – 50 МПа/мин; 3 – 0,5 МПа/мин.

Следует отметить, что в области линейной деформации кривые слабо зависят от скорости нагружения.

Для проверки корректности используемого подхода необходимо оценить точность описания экспериментальных данных при других режимах нагружения, в частности, при деформировании с разными скоростями [12]

$$\tau = \left(1 - k_\tau \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)\right) \phi(\gamma), \quad (6)$$

где $\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t) = t^\alpha \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t^{1+\alpha})^n}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]}$ – дробно-экспоненциальная функция Раббота, $\beta > 0$, $\mathcal{E}_\alpha^*(-\beta) f = \int_0^\infty \mathcal{E}_\alpha(-\beta, t - \xi) f(\xi) d\xi$ [11].

Для решения данной задачи нужно выбрать аппроксимацию кривой деформирования, чтобы можно было оценить действие оператора на кривую мгновенного деформирования. Любая аппроксимация, кроме кусочно-линейной, приводит к весьма громоздким формулам и, соответственно, вычислениям. Поэтому необходимо

димо предварительно определить параметры аппроксимации кривой мгновенного деформирования, по которой в дальнейшем построить кусочно-линейную аппроксимацию.

Аппроксимация кривых деформирования. Анализ кривых деформирования образцов при скоростном деформировании и кривой мгновенного деформирования показывает, что для аппроксимации можно использовать следующее соотношение:

$$P(\gamma) = a(1 - \exp(-b\gamma)). \quad (7)$$

Параметры кривых, включая кривую мгновенного деформирования, представлены в табл. 2.

Таблица 2. Значения параметров аппроксимации кривых деформирования

$\dot{\tau}$, МПа/мин	a , МПа	b
0.5	43.236	1.357
50	48.875	1.322
$\phi(\gamma)$, МПа	51.923	1.302

Статистические оценки показывают близость расчетных и предсказываемых данных. В частности, для мгновенной кривой деформирования коэффициент детерминации оказался равным 0.998, чуть меньше скорректированное его значение. Можно также отметить подобие кривых на рис. 1, которое определяется близостью численных значений величины b , рост кривых идет за счет увеличения параметра a . Можно также отметить условность полученной кривой мгновенного деформирования, по физическому смыслу являющуюся верхней огибающей кривых деформирования при внутристойном сдвиге.

Построение кусочно-линейной аппроксимации мгновенной кривой можно сделать с помощью уравнения прямой, проходящей через пары характерных точек. Аналитическое выражение для кусочно-гладкой кривой мгновенного деформирования можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \phi(\gamma) = & 4.96\gamma - 2.36(\gamma - 0.5)H(\gamma - 0.5) - 1.57(\gamma - 1)H(\gamma - 1) - \\ & - 0.855(\gamma - 2)H(\gamma - 2) - 0.175(\gamma - 1)H(\gamma - 4), \end{aligned} \quad (8)$$

где $H()$ – функция Хевисайда соответствующего аргумента.

На рис. 2 представлена кривая мгновенного деформирования и ее кусочно-линейная аппроксимация.

Изменение модуля кусочно-гладкой кривой представляет собой ступенчатую функцию со скачками модуля сдвига в контрольных точках (рис. 3).

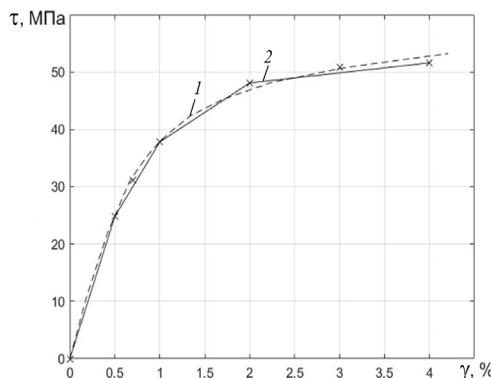


Рис. 2. Кривая мгновенного деформирования 1 и ее кусочно-линейная аппроксимация 2.

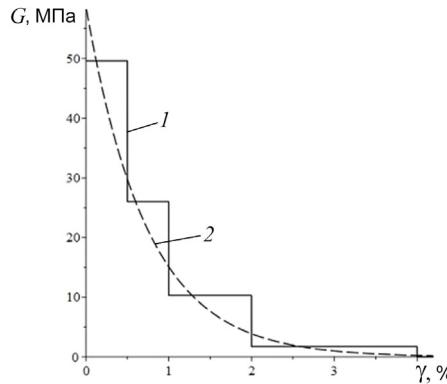


Рис. 3. Аппроксимация мгновенного модуля внутристойного сдвига – 1, кусочно-линейная аппроксимация – 2 (получена с помощью соотношения (7)).

Подставив аппроксимирующее выражение в (6), получим

$$\varphi(\gamma) = G^0 \gamma - \sum_{j=1}^r \Delta G_j^0 \cdot (\gamma - \gamma_j) H(\gamma - \gamma_j), \quad (9)$$

где G^0 – начальное значение мгновенного модуля; ΔG_j^0 – скачки модуля в контрольных точках сдвиговой деформации.

Выражение зависимости модуля сдвига для кусочно-линейной аппроксимации получается дифференцированием кривой мгновенного деформирования

$$G(\gamma) = \frac{d\varphi}{d\gamma} = G^0 - \sum_{j=1}^r \Delta G_j^0 H(\gamma - \gamma_j) - \sum_{j=1}^r \Delta G_j^0 (\gamma - \gamma_j) \delta(\gamma - \gamma_j), \quad (10)$$

где $\delta(\cdot)$ – дельта-функция Дирака.

В нашем случае получаем выражение

$$G(\gamma) = 4.96 - 2.36H(\gamma - 0.5) - 1.57H(\gamma - 1) - \\ - 0.855H(\gamma - 2) - 0.175H(\gamma - 4). \quad (11)$$

Кривая аппроксимации модуля сдвига приведена на рис. 3.

Использование кусочно-линейной аппроксимации существенно упрощает задачу построения определяющего соотношения (6). Вместо выполнения сложных вычислений достаточно иметь выражение для линейной функции, и определяющее соотношение будет представлять собой комбинацию линейных выражений, определяющих «сползание» с кривой мгновенного деформирования с множителями, характеризующими деградацию модуля внутристойного сдвига. Отметим, что определить явное выражение для экспоненциальной зависимости представляется весьма затруднительным с математической точки зрения. Отклик материала на воздействие переменных во времени деформаций определяется операторным выражением (6) на кусочно-линейное представление (8)

$$(1 - \beta \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta))\varphi(\gamma) = \varphi(\gamma) - \beta \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)\varphi(\gamma). \quad (12)$$

Для получения искомого определяющего соотношения необходимо выполнить следующее вычисление вспомогательного выражения при скоростном деформировании $\gamma = \dot{\gamma}t$:

$$\mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)G^0\dot{\gamma}t = G^0\dot{\gamma}\mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)t. \quad (13)$$

С учетом вида дробно-экспоненциальной функции имеем

$$\mathbb{E}_\alpha^*(-\beta)t = \int_0^t \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n \xi^{n(1+\alpha)+\alpha}}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]} (t-\xi) d\xi. \quad (14)$$

Сделав замену переменной $\xi = \eta t$, получаем $d\xi = td\eta$ и $t - \xi = t(1 - \eta)$, тогда

$$\mathbb{E}_\alpha^*(-\beta)t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^{1+(1+\alpha)(1+n)} (-\beta)^n}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]} \int_0^1 \eta^{n(1+\alpha)+\alpha} (1-\eta) d\eta. \quad (15)$$

Интеграл в (15) есть бета-функция: $\int_0^1 \eta^{n(1+\alpha)+\alpha} (1-\eta) d\eta = B((1+\alpha)(1+n), 2)$.
В свою очередь

$$B((1+\alpha)(1+n), 2) = \frac{\Gamma((1+\alpha)(1+n))\Gamma(2)}{\Gamma(2 + (1+\alpha)(1+n))}. \quad (16)$$

Подставляем (15) в (16) и после некоторых преобразований получаем следующий ряд:

$$\mathbb{E}_\alpha^*(-\beta)t = t^{2+\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta t^{1+\alpha})^n}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]\Gamma[2 + (1+\alpha)(1+n)]}. \quad (17)$$

Для упрощения вида выражения сдвинем индекс суммирования ряда на единицу.
После сокращений выражение (17) приводится к следующему виду:

$$\frac{1}{\beta} \mathbb{E}_\alpha^*(-\beta)t = t \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\beta t^{1+\alpha})^n}{\Gamma[2 + (1+\alpha)n]}. \quad (18)$$

Таким образом, можно записать следующее выражение:

$$(1 - \beta \mathbb{E}_\alpha^*(-\beta))t = t - t \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\beta t^{1+\alpha})^n}{\Gamma[2 + (1+\alpha)n]} = (1 - \psi(t))t. \quad (19)$$

Отметим, что сумму в (19) можно также выразить через функцию Миттаг–Леффлера:

$$E_\rho(z, \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\mu + kp^{-1})}.$$

Тогда

$$\psi(t) = E_{\frac{1}{1+\alpha}}(-\beta t^{1+\alpha}, 2) - 1.$$

Отсюда можно записать выражение для вычисления сдвиговых напряжений

$$\tau = (1 - \beta \mathbb{E}_\alpha^*(-\beta))\phi(\gamma) = (1 - \psi(t)) \left(\pi G^0 \gamma - \sum_{i=1}^r \Delta G_i^0 (\gamma - \gamma_i) H(\gamma - \gamma_i) \right). \quad (20)$$

Тогда определяющее соотношение (6) применительно к скоростному деформированию можно записать следующим образом:

$$\tau = G^0 \dot{\gamma} (1 - \psi(t))t - \dot{\gamma} \sum_{k=1}^r \Delta G_k^0 \cdot (1 - \psi(t - t_k)) (t - t_k) H(t - t_k). \quad (21)$$

Учитывая, что $\gamma = \dot{\gamma}t$ и $t = \frac{\gamma}{\dot{\gamma}}$, после исключения параметра времени (21) можно записать явное выражение зависимости напряжений от сдвиговой деформации

$$\tau = G^0 \left(1 - \Psi \left(\frac{\gamma}{\dot{\gamma}} \right) \right) \gamma - \dot{\gamma} \sum_{i=1}^r \Delta G_i^0 \Psi \left(1 - \left(\frac{\gamma - \gamma_i}{\dot{\gamma}} \right) \right) (\gamma - \gamma_k) H(\gamma - \gamma_k). \quad (22)$$

При возможности расчета с помощью функции Миттаг–Леффлера расчет можно выполнять с помощью следующего соотношения:

$$\begin{aligned} \tau = & G^0 \left(2 - E_{\frac{1}{1+\alpha}} \left(-\beta \left(\frac{\gamma}{\dot{\gamma}} \right)^{1+\alpha}, 2 \right) \right) \dot{\gamma} - \\ & - \dot{\gamma} \sum_{i=1}^r \Delta G_i^0 \left(2 - E_{\frac{1}{1+\alpha}} \left(-\beta \left(\frac{\gamma}{\dot{\gamma}} \right)^{1+\alpha}, 2 \right) \right) (\gamma - \gamma_k) H(\gamma - \gamma_k), \end{aligned} \quad (23)$$

где время связано со скоростью выражениями $t = \gamma / \dot{\gamma}$, $t_i = \gamma_i / \dot{\gamma}$.

Расчетные кривые деформирования при скоростях 1 и 0.01 %/мин. приведены на рис. 4.

Из рисунка видно хорошее согласие с опытной кривой при 1%/мин, несколько хуже согласуются данные для 0.01%/мин.

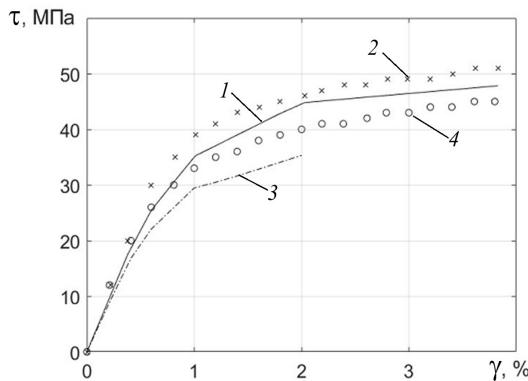


Рис. 4. Сравнение расчетных и опытных значений кривых деформирования при сдвиге со скоростью 1%/мин, 1 – расчет, 2 – эксперимент; при 0.01 %/мин: 3 –расчет, 4 – эксперимент.

В связи с проведенными вычислениями можно отметить следующее. Функция мгновенного деформирования имеет определенный физический смысл, представляющий верхнюю границу кривых деформирования, однако в настоящей статье она определялась по кривым деформирования лишь при двух значениях скорости нагружения, различающимися на два порядка по скорости, что не может считаться достаточным. Для объективного расчета кривых деформирования необходима более представительная выборка опытных данных. В связи с этим, возможно, прогнозируемая кривая деформирования при скорости 0.01%/мин расположилась несколько ниже экспериментальных данных. Тем не менее, общий алгоритм расчета и методика определения параметров представляется корректной и может быть использована для практических расчетов. Определенные параметры можно использовать для расчета кривых деформирования при более сложных режимах нагружения, в частности, ступенчатом, пилообразном и циклическом нагружении. В этом случае может быть развит подход, позволяющий учитывать деградацию свойств материала и его приемлемое соответствие экспериментальным данным.

Заключение. Предложены определяющие соотношения наследственного типа, позволяющие описывать поведение одностороннего углепластика с термопластичной матрицей при внутристойном сдвиге при скоростном нагружении и деформировании. Деформирование при скоростном нагружении описывалось с помощью нелинейного определяющего соотношения Работнова с ядром Абеля. По результатам испытаний были определены параметры ядра Абеля и построена кривая мгновенного деформирования. Предложена и статистически проверена экспоненциальная аппроксимация кривой мгновенного деформирования, с помощью которой построена ее кусочно-линейная аппроксимация. С помощью известного соотношения алгебры резольвентных операторов было получено определяющее соотношение, позволяющее описывать нелинейное поведение одностороннего углепластика при скоростном деформировании в условиях внутристойного сдвига. Показано удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных данных. Дополнительно получено определяющее соотношение, выраженное через функцию Миттаг–Леффлера.

Финансирование. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kaddour A. S., Hinton M. J., Li S., Smith P. Instructions to contributors of the third World-Wide Failure Exercise (WWFE-III): Part A. Elsevier, 2004. 48 p.
2. Soden P. D., Kaddour A. S., Hinton M. J. Recommendations for designers and researchers resulting from the world-wide failure exercise // Composites Science and Technology. 2004. V. 64. P. 580–604.
3. Hinton M. J., Kaddour A. S., Soden P. D. (eds.) Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites the World-Wide Failure Exercise. Elsevier, 2004. 1269 p.
4. Jacob G. C., Starbuck J. M., Fellers J. F., Simunovic S., Boeman R. G. Strain rate effects on the mechanical properties of polymer composite materials // J. Appl. Polymer Science. 2004. V. 94 (1). P. 269–301.
5. Daniel I. V., Werner B. T., Fennner J. S. Strain-rate-dependent failure criteria for composites // Composite Science and Technology. 2011. V. 71. P. 257–364.
6. Koerber H., Xavier J., Camanho P. P. High strain rate characterization of unidirectional carbon-epoxy IM7-8552 in transverse compression and in-plane shear using digital image correlation // Mechanics of Materials. 2010. V. 42. P. 1004–1019.
7. Tsai J., Sun C. T. Constitutive model for high strain rate response of polymeric composites // Composite Science and Technology. 2002. V. 62. P. 1289–1297.
8. Kawai M., Masuko Y., Kawase Y., Negishi R. Micromechanical analysis of the off-axis rate-dependent inelastic behavior of unidirectional AS4-PEEK at high temperature // Int. J. of Mechanical Sciences. 2001. V. 43. P. 2069–2090.
9. Gross B. Mathematical structure of the theories of viscoelasticity. Paris: Hermann & C^{ie} Editeurs, 1953. 75 p.
10. Бугаков И. И. Ползучесть полимерных материалов. М.: Наука, 1973. 288 с.
11. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. 384 с.
12. Kawai M., Masuko Y. Macromechanical modeling and analysis of the viscoplastic behavior of unidirectional fiber reinforced composites // J. Compos. Materials. 2003. V. 37 (21). P. 1885–1902.